

Кривая качания и свойства пространственной когерентности длинной рентгеновской составной преломляющей линзы

Виктор Кон, НИЦ Курчатовский Институт, Москва

J. Synchrotron Rad. (2018). 25 <https://doi.org/10.1107/S1600577518012675>

Journal of Synchrotron Radiation

ISSN 0909-0495

Received 0 XXXXXXXX 2018

Accepted 0 XXXXXXXX 2018

Online 0 XXXXXXXX 2018

Rocking Curve and Spatial Coherence Properties of a Long X-ray Compound Refractive Lens

V. G. Kohn ^{a*}

^aNational research centre "Kurchatov Institute", Kurchatov square 1, 123182 Moscow Russia . Correspondence e-mail: kohnvict@yandex.ru

Semianalytical theory of a long set of x-ray compound refractive lenses (CRLs) based on the recurrent relations is developed further. We take into account accurately a geometrical aperture, an angular divergence of incident radiation and a source size. This theory is able to calculate the width of rocking curve of a long (40.7cm) Be CRL which coincides with the experimental data obtained earlier. By means of this approach we have estimated the transverse coherence length for the x-ray beam after passing a set of CRL of arbitrary complexity. We show that at the focus this coherence length is equal to a diffraction limited beam size (beam size in the case of point source) and has minimal difference with the real beam size.

Parabolic compound refractive lenses made from Aluminium

B. Lengeler, C. G. Schroer, A. Snigirev, et al.

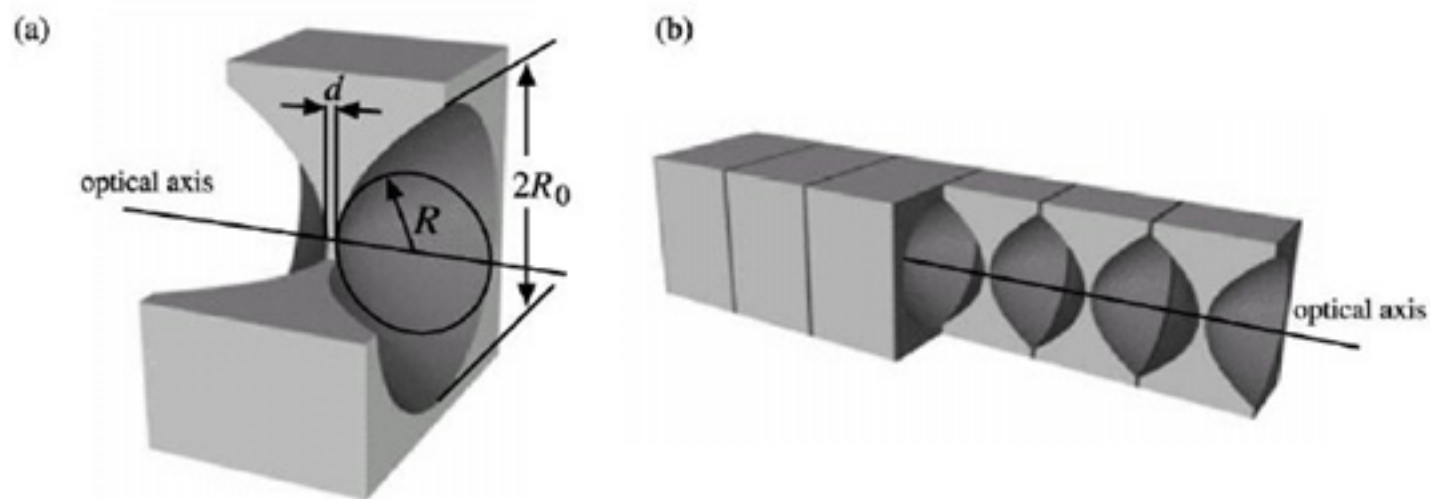
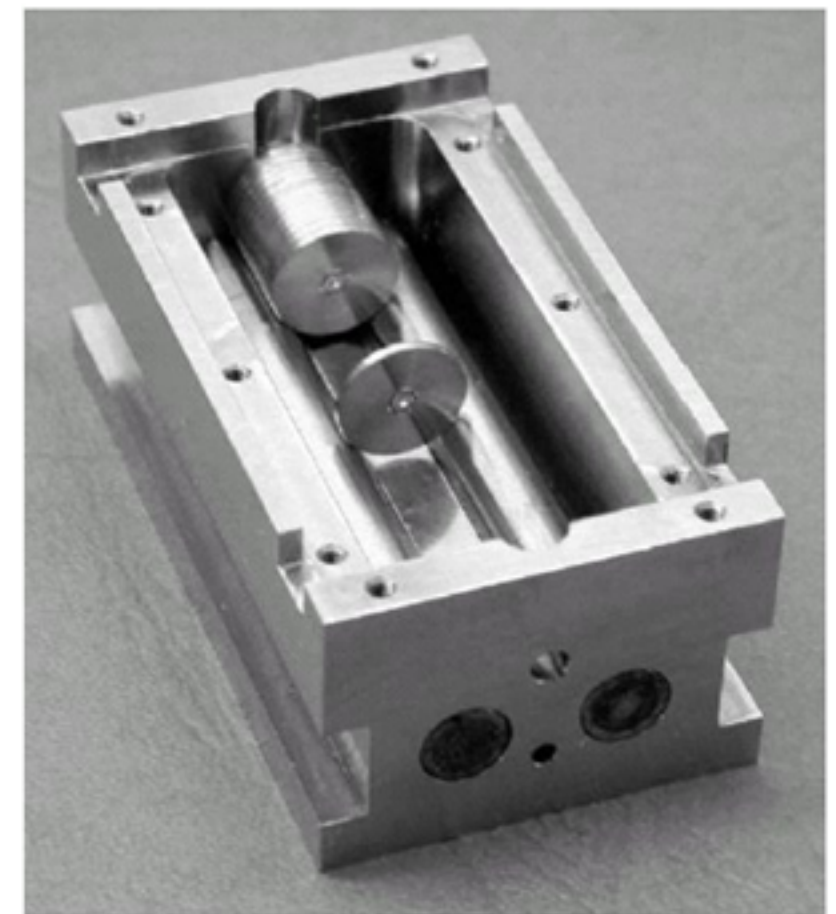
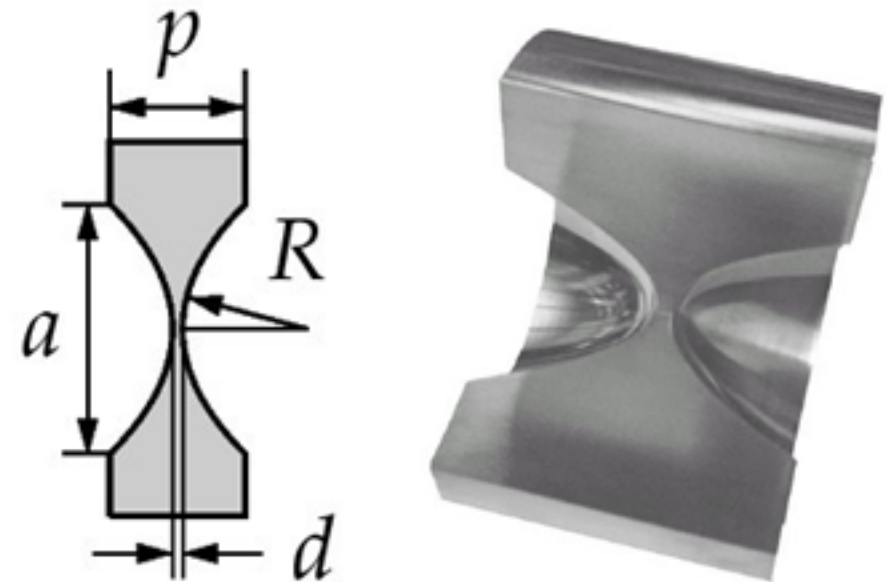
Appl. Phys. Lett., 1999, v.74, p.3924

J. Synchr. Rad., 1999, v.6, p.1153

- - - many other - - -

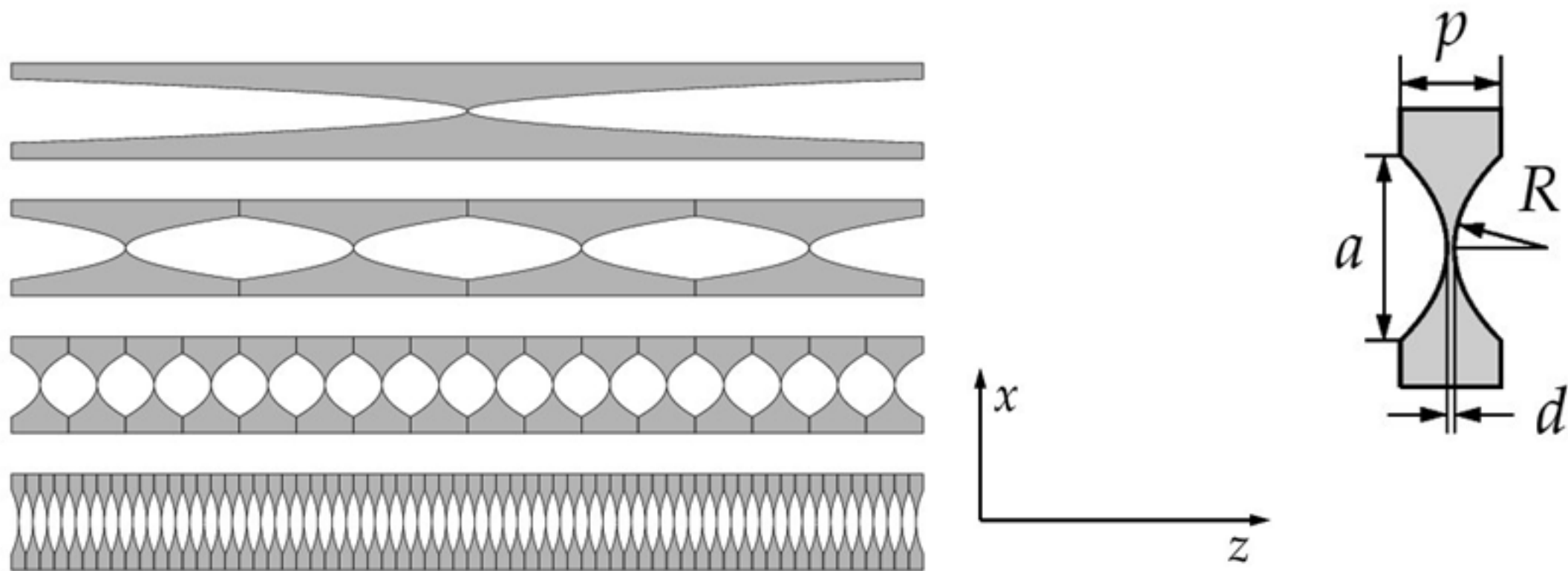
J. Synchr. Rad., 2002, v.9, p.119

Parameters of element :
 $R = 0.2 \text{ mm}$, $d = 0.01 \text{ mm}$
 $p = 1 \text{ mm}$, $a = 1 \text{ mm}$
Such lens is a good imaging tool.



Parabolic equation and parabolic medium

single lens \rightarrow compound lens \rightarrow continuous lens



Wave field of radiation has slowly varying transverse part

$$E(x, z) = \exp(ikz)A(x, z) \quad k = 2\pi / \lambda, \quad \eta = \delta - i\beta$$

which is a solution of parabolic equation

$$\frac{dA}{dz} = -ik\eta s(x, z)A + \frac{i}{2k} \frac{d^2 A}{dx^2} \quad s(x, z) \rightarrow \bar{s}(x) = \frac{d}{p} + \frac{x^2}{pR}$$

Analytical formula for a long PCR lens propagator

Empty space
(Kirchhoff propagator)

$$P(x-x', z) = \frac{1}{(i\lambda z)^{1/2}} \exp\left(i\pi \frac{(x-x')^2}{\lambda z}\right)$$

Thin (short) lens
(transmission function)

$$T(x, F) = \exp\left(-i\pi \frac{x^2}{\lambda F_c}\right), \quad F_c = \frac{R}{2N\eta}$$

Long lens: new propagator

(JETP Letters, 2002, v. 76, p. 701 rus)

v. 76, p. 600 eng

$$P_L(x, x', L) = T(x, r_L a_L^{-1}) P(x-x', r_L) T(x', r_L a_L^{-1})$$

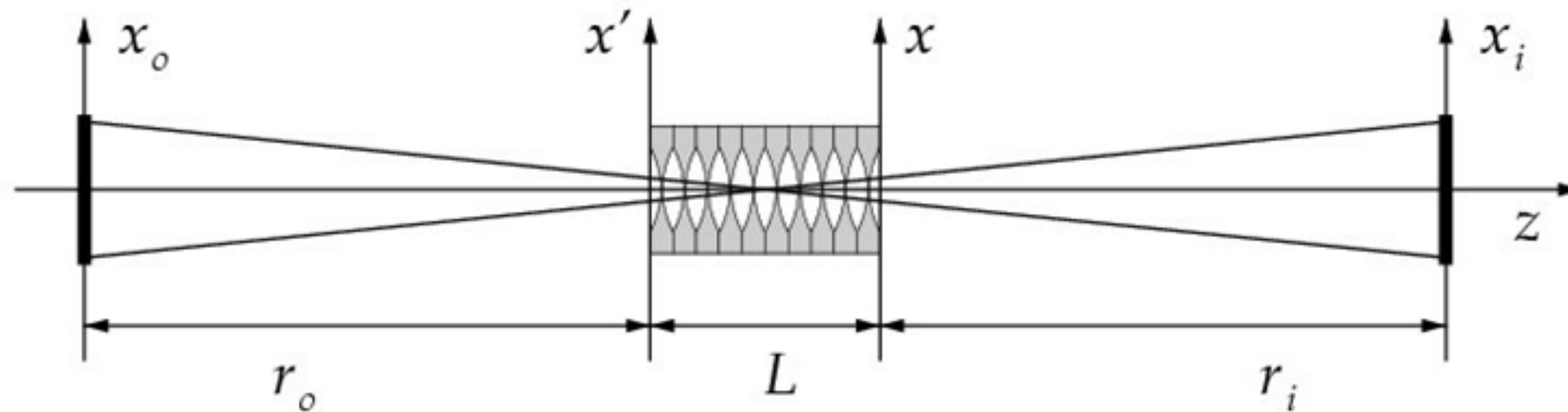
$$r_L = z_c s_L, \quad a_L = 1 - c_L, \quad L = pN$$

$$s_L = \sin(L/z_c), \quad c_L = \cos(L/z_c)$$

$$z_c = \left(\frac{pR}{2\eta}\right)^{1/2} \approx L_c \left(1 + i\frac{\gamma}{2}\right)$$

$$s_L \approx S_L - i\frac{\gamma}{2} u_L C_L, \quad S_L = \sin(u_L), \quad u_L = \frac{L}{L_c}, \quad \gamma = \frac{\beta}{\delta} \ll 1$$

Analytical formula for the image propagator



$$A(x_i, z_i) = \int dx_o G(x_i, x_o) A(x_o, z_o)$$

JETP, 2003, v. 124, p. 224 [rus](#)
v. 97, p. 204 [eng](#)

The integral is not a convolution

$$G(x_i, x_o) = \frac{1}{(i\lambda r_g)^{1/2}} \exp\left(i \frac{\pi}{\lambda r_g} [g_i x_i^2 - 2x_i x_o + g_o x_o^2]\right)$$

$$r_g = (r_i + r_o)c_L + \left(z_c - \frac{r_i r_o}{z_c}\right) s_L, \quad g_o = c_L - \frac{r_i}{z_c} s_L, \quad g_i = c_L - \frac{r_o}{z_c} s_L$$

Мы сообщаем о результатах эксперимента по фокусировке пучка синхротронного излучения с помощью очень длинной составной параболической линзы. Линза состояла из 407 элементов. Каждый из элементов имел двояко-вогнутую параболическую поверхность с радиусом кривизны 0.2 мм. Толщина элемента $r = 1$ мм. Общая длина составной линзы равна $L = 407$ мм. Материал - алюминий.

Элементарные линзы были сделаны группой Ленгелера из университета Аахена (Германия)

<http://www.xray-lens.de>

Составная линза с таким большим числом элементов использовалась впервые. Для этого был изготовлен специальный держатель. На фото показан набор линз в открытом держателе.

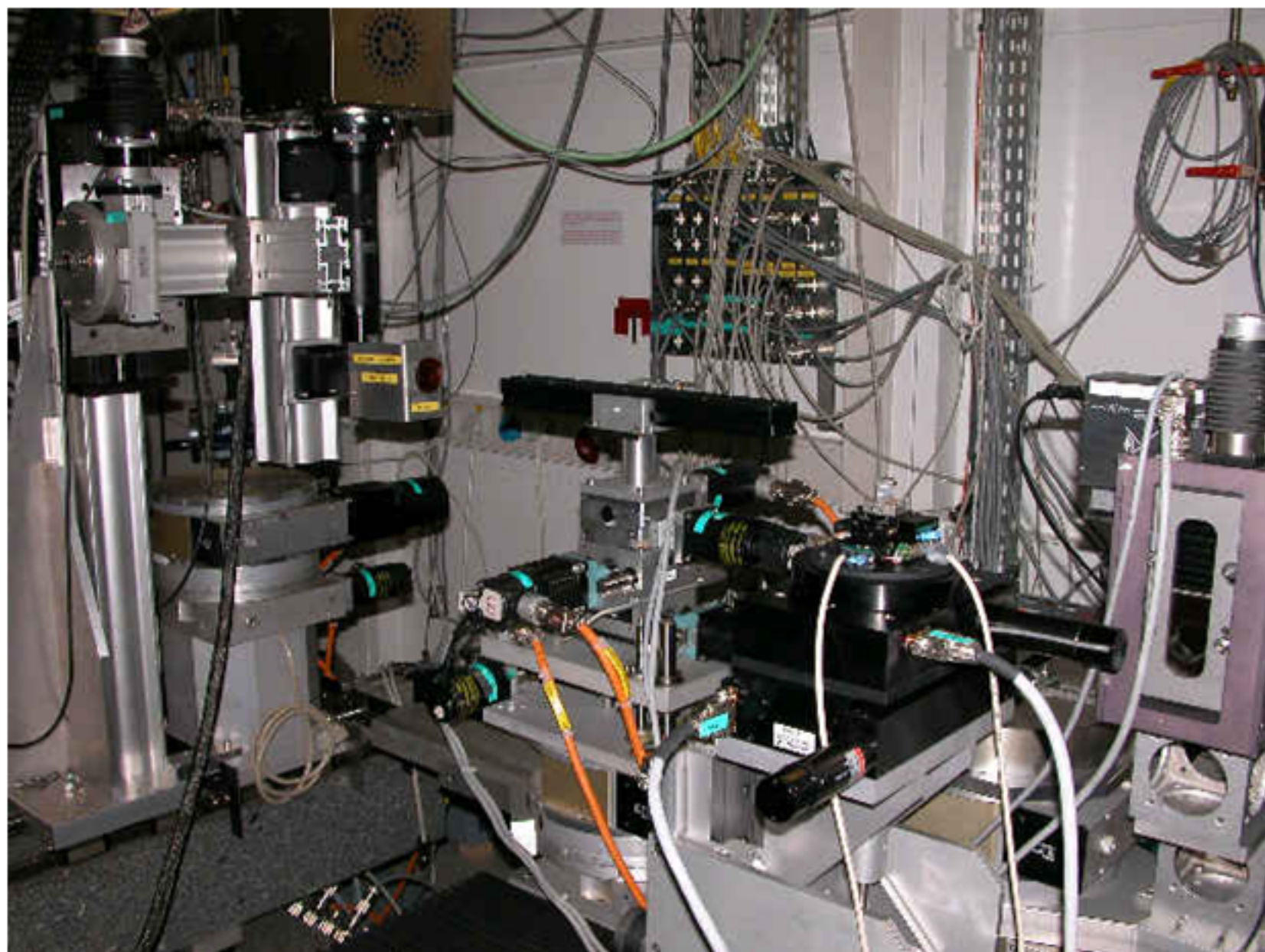


Эксперимент был выполнен на станции ВМ-5 Европейского центра синхротронного излучения (ESRF) в Гренобле (Франция). На рисунке показан общий вид экспериментального зала с линзой в черном держателе (в центре). Пучок излучения идет справа налево. После линзы установлена FReLoN (Fast Readout Low Noise) камера. Это позиционно-чувствительный детектор на 2048x2048 пикселей с размером пиксела 0.75x0.75 мкм².

Линза установлена на столике, позволяющем осуществлять ее автоматическое вращение и перемещение по командам с компьютера.

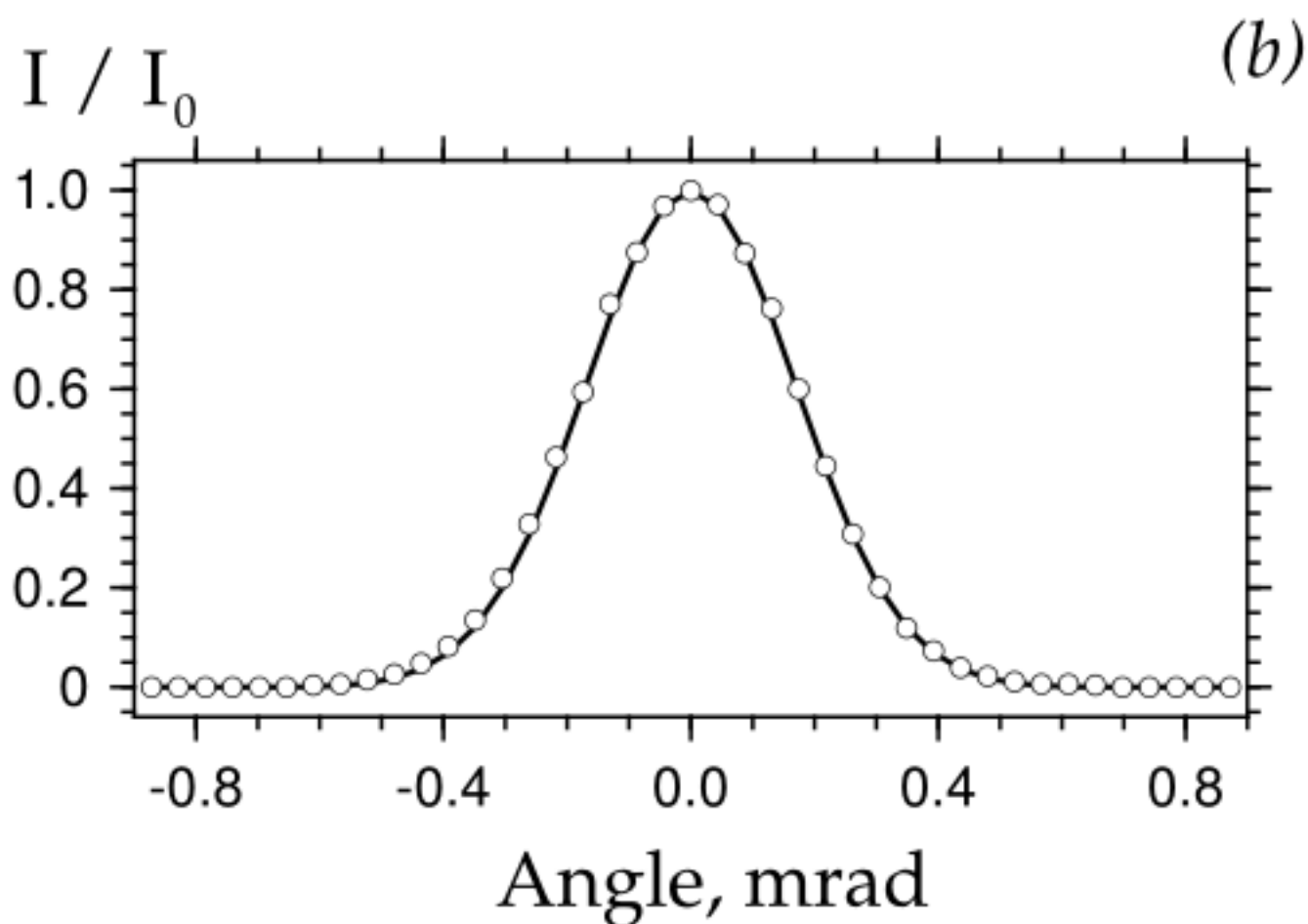
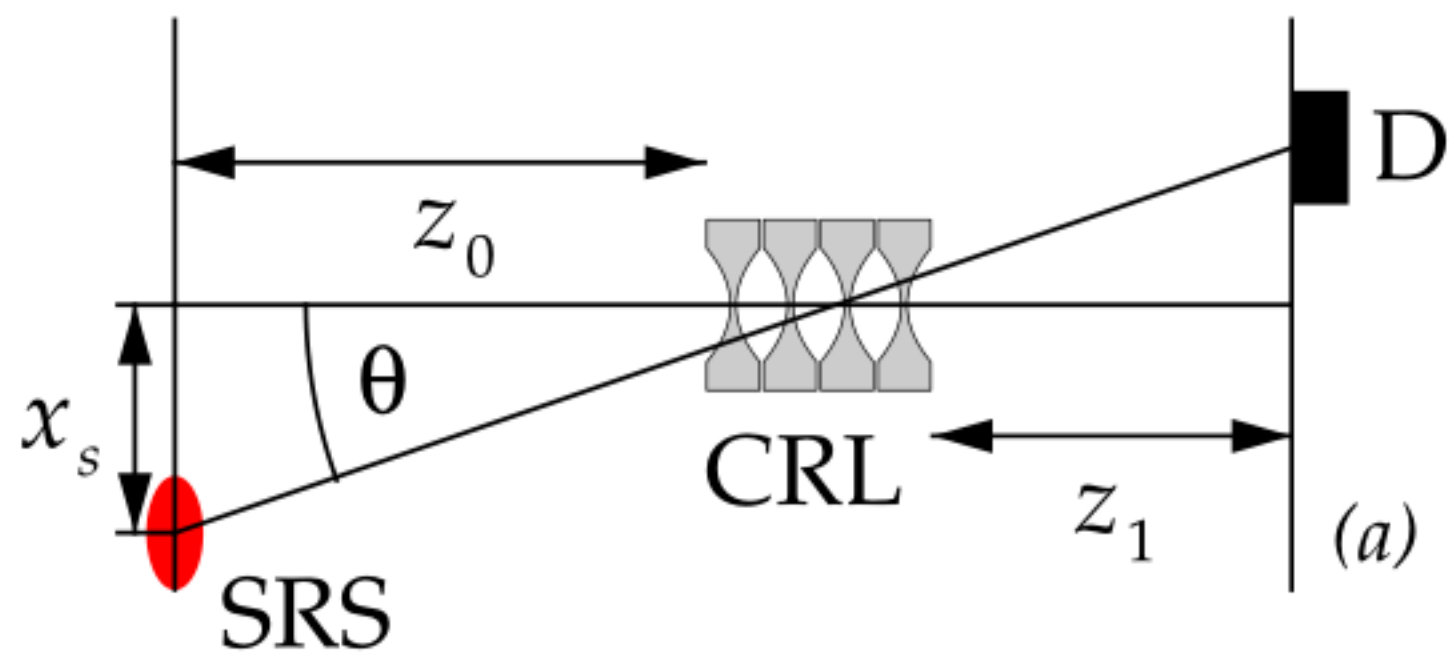
Результат измерений записывается в файл с разрешением 2 байта на пиксел.

Стандартный монохроматор выделял излучение с необходимой энергией фотонов.



Кривая качания

Измерялась полная интенсивность пучка в зависимости от угла θ между осью длинной линзы и направлением от источника до детектора. Она имела вид функции Гаусса с шириной 0.4 мрад в вертикальной и горизонтальной плоскостях.



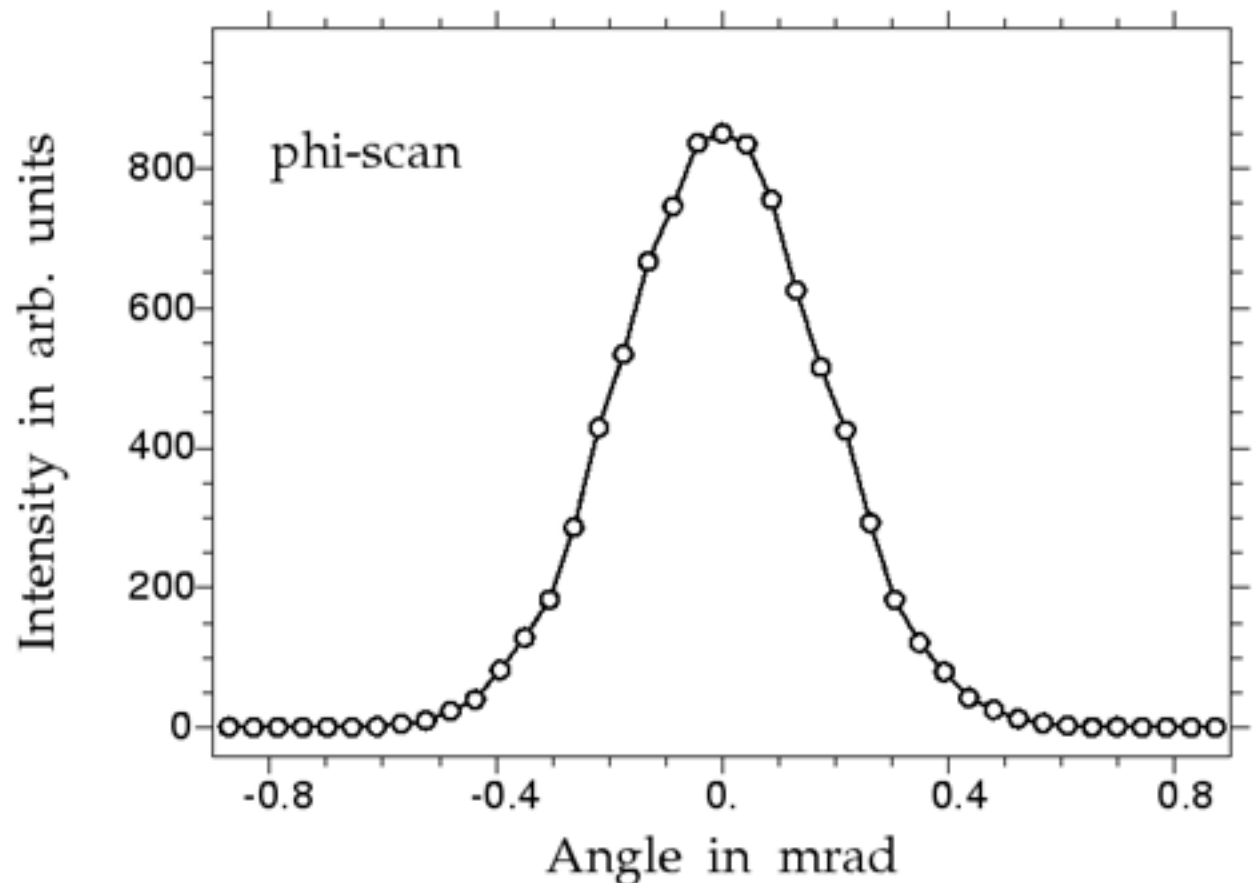
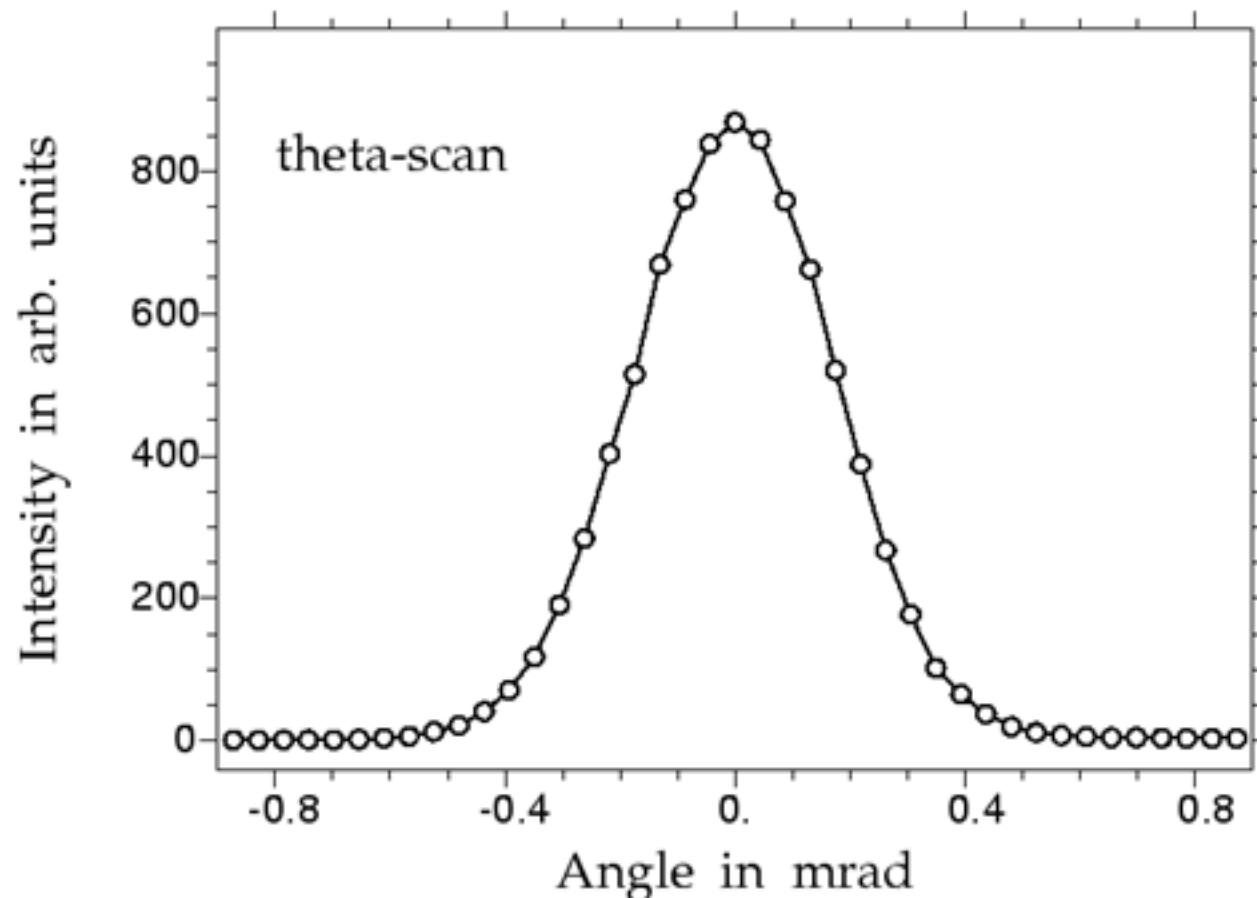
I. I. Snigireva, V. G. Kohn, A. A. Snigirev,

"Hard X-ray focusing with extremely long compound refractive lens",

Proc. SPIE, 2004, vol. 5539, p. 218-225

Были выполнены измерения интегральной интенсивности пучка после линзы при повороте линзы в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях, так называемые «кривые качания» для энергии $E = 25$ кэВ. Угловая ширина линзы оказалась равной 0.4 мрад и одинакова в обеих плоскостях.

Это значение в два раза превышает отношение эффективной апертуры к длине линзы $A/L = 0.2$ мрад. Этот факт непосредственно доказывает, что траектории лучей в линзе не являются прямолинейными.



В. Г. Кон

"Полуаналитическая теория фокусировки синхротронного излучения произвольной системой параболических преломляющих линз и проблема нанофокусировки",
Поверхность, 2009, N. 5, с. 32-39

V. G. Kohn

"Focusing femtosecond X-ray free-electron laser pulses
by refractive lenses"
J. Synchr. Rad. 2012, 19, N.1, 84-92

Аналитические результаты.

Моделирование падающего пучка (для удобства расчетов).

$$P(x - x_0, z_{0c}), \quad P(x, z) = (i\lambda z)^{-1/2} \exp(i\pi x^2 / \lambda z), \quad z_{0c} = z_0 - i\sigma, \quad \sigma = \lambda e_1^2 / \alpha_0^2$$

α_0 – угловая расходимость пучка, $e_1 = (2\ln 2 / \pi)^{1/2} = 0.6643$

формула справедлива, если $\sigma \ll z_0$

Теорема

Если волновая функция излучения равна

$$E_0(x, x_0) = T(x, a_0) P(x - x_0, b_0) T(x_0, c_0), \quad T(x, a) = \exp(-i\pi x^2 / \lambda a)$$

то после прохождения преломляющей линзы с комплексным фокусным расстоянием $f_c = f / (1 - i\gamma)$, $f = R / 2\delta$, $\gamma = \beta / \delta$, и расстояния в

вакууме z_p волновая функция будет равна

$$E_1(x, x_0) = T(x, a_1) P(x - x_0, b_1) T(x_0, c_1), \quad \text{где}$$

$$a_1 = d(b_1/b_0), \quad b_1 = b_0 + z_p - z_p b_0/d, \quad d = a_0 / (1 + a_0/f_c), \quad c_1 = c_0 / (1 + z_p c_0/b_1 d)$$

Общие свойства выражения для интенсивности

$$I(x, z, x_0) = \frac{z_t}{|b|} \exp\left(-\frac{[x - x_m(z)]^2}{2\sigma^2(z)}\right) \exp\left(-\frac{x_0^2}{2\sigma_0^2}\right)$$

$$\sigma(z) = \left(\frac{\lambda}{4\pi(A-B)}\right)^{1/2}, \quad x_m(z) = -Mx_0, \quad M = \frac{B}{A-B}, \quad \sigma_0 = \left(\frac{\lambda}{4\pi(C-AB)}\right)^{1/2}$$

$$A = -\text{Im}(a^{-1}), \quad B = -\text{Im}(b^{-1}), \quad C = -\text{Im}(c^{-1}),$$

полуширина пучка $w(z) = e_2 \sigma(z)$, $e_2 = (8 \ln 2)^{1/2} = 2.355$

интегральная интенсивность не зависит от z

$$S(x_0) = e_3 w(z) I_m(z, x_0), \quad I_m = I(x_m), \quad e_3 = (4 \ln 2 / \pi)^{-1/2} = 1.0645$$

видно, что $w(z) \propto |b|$, в то время как $I_m(z) \propto |b|^{-1}$

с другой стороны $b = B_0 + zB_1$, поэтому

фокусное расстояние $z_f = -\text{Re}(B_0 B_1^*) / |B_1|^2$

Учет размера источника не меняет вид формул, но слегка изменяет значения параметров, x_s -- координата центра источника, $w_s = 2.35 \sigma_s$ -- полуширина источника. Угол качания равен $\theta = x_s / z_0$.

$$I_{rs}(x, x_s) = \frac{S(x_s)}{(2\pi)^{1/2} \sigma_1} \exp\left(-\frac{(x + M x_s C_s)^2}{2\sigma_1^2}\right),$$

where

$$C_s = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_s^2 + \sigma_0^2}, \quad \sigma_1 = \left(\sigma^2 + M^2 C_s \sigma_s^2\right)^{1/2},$$

and $S(x_s)$ is the integral intensity which is described by the equation

$$S(x_s) = (2\pi)^{1/2} \frac{z_t}{|b|} C_s^{1/2} \sigma \exp\left(-\frac{x_s^2 C_s}{2\sigma_0^2}\right)$$

X-ray CRL Parameters

Parameters of x-ray beam focused by a set of X-ray Compound Refractive Lenses

Help

Input

Exec

PARAMETERS OF THE BEAM AFTER PASSING THROUGH THE CRL SYSTEM.

All distances are counted from the end of last CRL

INPUT: 25 80 10000 4000 1 Al 2.694 900 200 1030 15 407 40 0, 1100, 4000, 30

RESULTS: Focus distance $z_f = 13.186$ cm, Web absorption = 0.065738

Effective aperture and Length (in the case of one CRL) = 74.027 μm , 41.921 cm

Data for the POINT source:

Integral relative intensity = 4.8664 μm , Rocking Curve FWHM = 0.40108 mrad

$M = (z + Z_1)/(z_0 + Z_0)$, $Z_0 = 560.96$ cm, $Z_1 = 28.944$ cm

Zero distance:

Maximum of relative intensity = 0.18613, FWHM = 24.561 μm

Focus distance:

Maximum of relative intensity = 38.911, FWHM = 0.11749 μm

Detector distance:

Maximum of relative intensity = 0.091534, FWHM = 49.943 μm

Data for the REAL source:

Integral relative intensity = 4.8663 μm , Rocking Curve FWHM = 0.40108 mrad

$M = (z + Z_1)/(z_0 + Z_0)$, $Z_0 = 561.07$ cm, $Z_1 = 28.944$ cm

Zero distance:

Maximum of relative intensity = 0.18609, FWHM = 24.566 μm

$L_{tc}(1),(2) = 3.9059$ μm , 3.9042 μm

Focus distance:

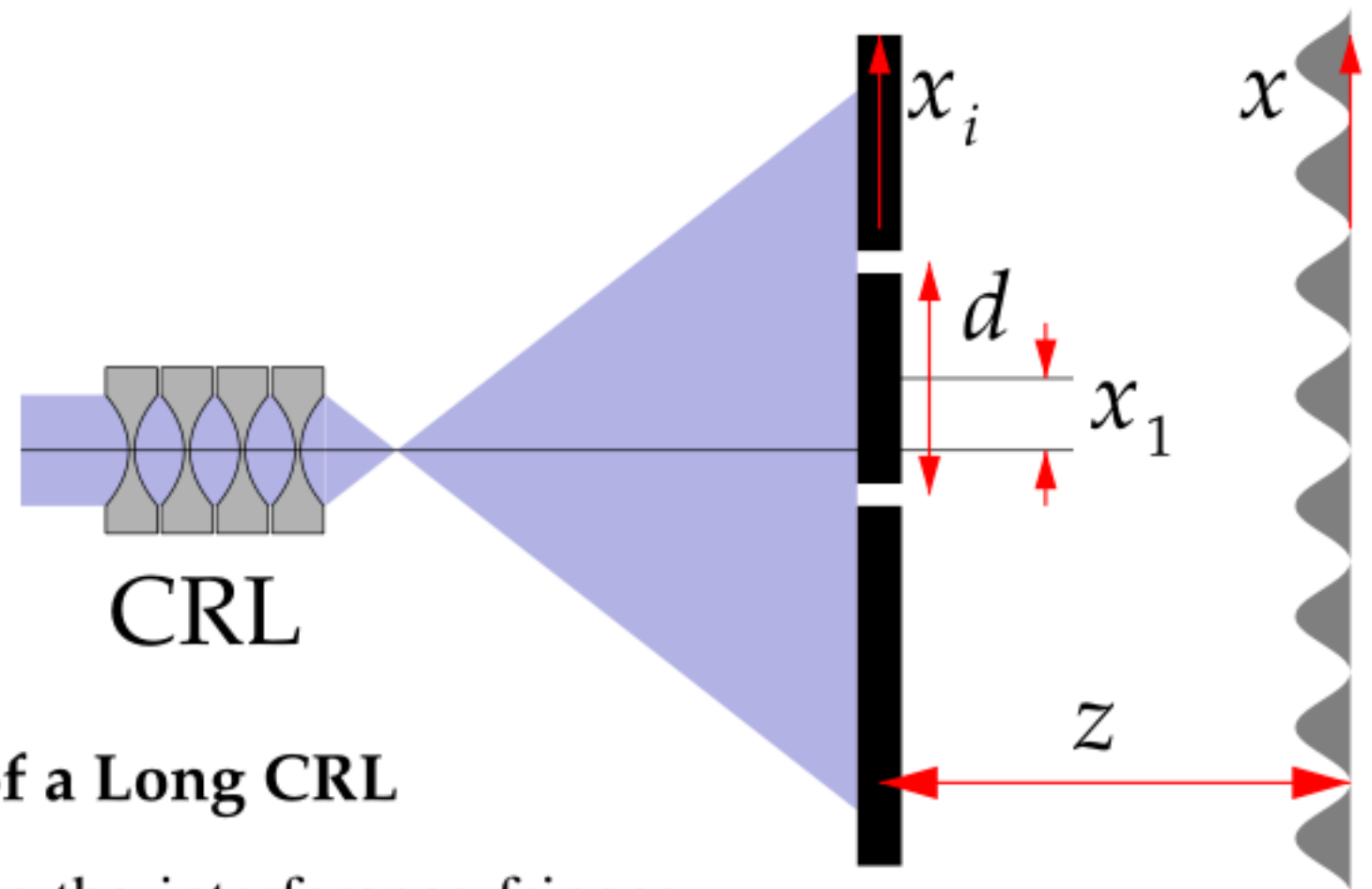
Maximum of relative intensity = 6.1096, FWHM = 0.74824 μm

$L_{tc}(1),(2) = 0.11897$ μm , 0.11891 μm

20711

Web site Proza Programs Photo shows Yand photos Goog photos Instagram Slide shows

The Gaussian Shell-model source
 The function of spectral
 degree of coherence
 The mutual-coherence function
не используются



4. Spatial coherence properties of a Long CRL

Coherence is a possibility to observe the interference fringes. Spatial coherence is a possibility of two points in space inside the radiation beam to create the interference pattern. One can use the Young experimental setup with two slits interferometer for measuring this possibility. In this case the electric field at the detector is defined by equation

$$E(x, x_0) = \int dx_i P(x - x_i, z) T_i(x_i) E_0(x_i, x_0) \quad (24)$$

where z is a distance interferometer-to-detector, $T_i(x_i)$ is a transmission function of interferometer, $E_0(x_i, x_0)$ is the electric field in front of interferometer. The latter function depends on the coordinate x_0 of the point at the source as described above.

$$I_{rs}(x) = I_0(s, x_1) \left[1 + F(s, x_1) \cos \left(2\pi \frac{d}{\lambda z} [x - x'_1] \right) \right]$$

$$I_0(s, x_1) = \frac{2z_t C_s^{1/2} \sigma}{\lambda z |b| \sigma_1} \exp \left(-\frac{x_1^2 + s^2}{2\sigma_1^2} \right) \cosh \left(\frac{dx_1}{2\sigma_1^2} \right),$$

$$F(s, x_1) = \exp \left(-\frac{s^2}{2\sigma_1^2} C_1^2 \right) \cosh^{-1} \left(\frac{dx_1}{2\sigma_1^2} \right),$$

$$C_1 = \frac{4\pi\sigma_s\sigma}{\lambda |b|} C_s^{1/2}, \quad x'_1 = x_1 \left(1 - \frac{z}{z_a} + \frac{z}{z_b} \left[1 - \frac{MC_s\sigma_s^2}{\sigma_1^2} \right] \right).$$

$$\frac{1}{z_a} = \operatorname{Re} a^{-1}, \quad \frac{1}{z_b} = \operatorname{Re} b^{-1}, \quad \cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

Определим длину поперечной когерентности $L_{tc}(x_1)$ как полуширину функции $F(s, x_1)$ в ее зависимости от первого аргумента, $s = d/2$.

$$L_{tc}(0) = e_2 \frac{\sigma_1}{C_1} = C_0 \frac{\lambda |b| (\sigma^2 + \sigma_s^2 M^2 C_s)^{1/2}}{w_s \sigma C_s^{1/2}}$$

$$C_0 = e_2^2 / 4\pi = e_1^2 = 0.4413.$$

Линзы нет, пустое пространство, в этом случае

$$L_{tc} = C_0 \lambda \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha_0^2} \right)^{1/2}.$$

α -- угловой размер источника, α_0 -- угловая расходимость пучка

Фокус тонкой линзы в стандартных условиях для источника СИ

$$L_{tc}(0) = \frac{w_f w_b}{w'_s}, \quad w'_s = M w_s \quad w_f \text{ -- дифракционный предел размера фокуса}$$

$$w_f = (C_0 \lambda f \gamma_1)^{1/2}, \quad w_b = \left(w_f^2 + [w'_s]^2 \right)^{1/2}$$

Общий случай вычисляет онлайн программа
Для длинной линзы из 407 элементов вблизи фокуса имеем

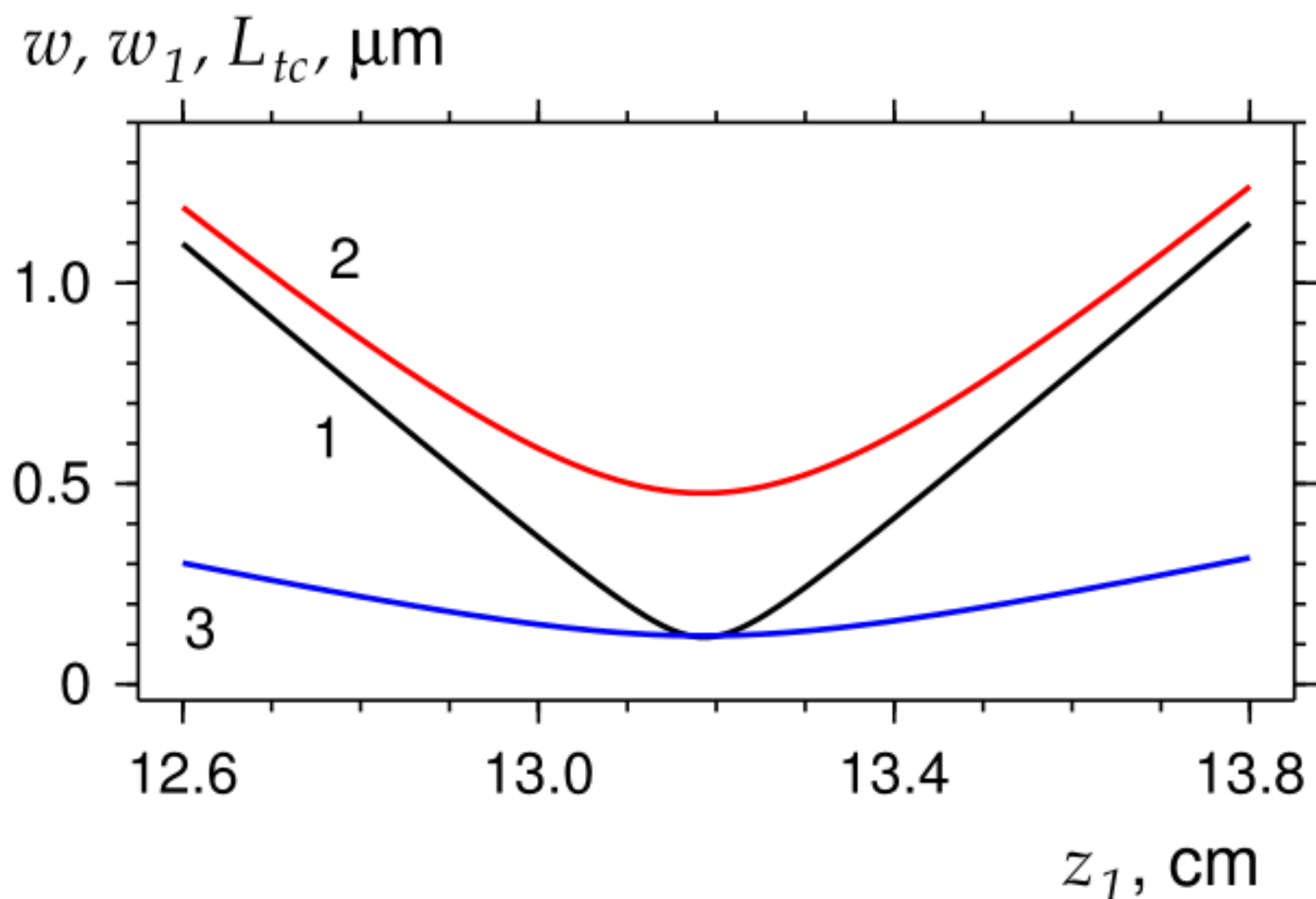


Figure 4

A distance dependence of the beam size for a point source (black curve number 1), for a real source (red curve number 2), and a transverse coherence length (blue curve number 3). See text for details.

БЛАГОДАРЮ

ЗА

ВНИМАНИЕ